Asignatura: MATEMÁTICAS Docente: OSWALDO SÁNCHEZ. Grados: 8° Tipo de actividad: AER	Periodo: 3	AÑO 2016

Indicadores de desempeño	- Aplica la factorización a las diferentes expresiones algebraicas. - Realiza la solución de las ecuaciones lineales. - Trabajo tomado de internet.

FACTORIZACIÓN

Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como un producto.

Cuando realizamos las multiplicaciones :

1. $2x(x^2 – 3x + 2) = 2x^3 – 6x^2 + 4x$
2. $(x + 7)(x + 5) = x^2 + 12x + 35$

entonces vemos que las expresiones de la izquierda son los factores y las de la derecha son las expresiones a factorizar, es decir , la factorización es el proceso inverso de la multiplicación.
La factorización es de extrema importancia en la Matemática, así es que debes tratar de entender lo más que puedas sobre lo que vamos a trabajar.

Existen varios casos de factorización :

1. FACTOR COMUN MONOMIO:

Factor común monomio: es el factor que está presente en cada término del polinomio :

Ejemplo N° 1: ¿ cuál es el factor común monomio en $12x + 18y - 24z$?

Entre los coeficientes es el 6, o sea, $6\cdot 2x + 6\cdot 3y - 6\cdot 4z = 6(2x + 3y - 4z)$

Ejemplo N° 2 : ¿ Cuál es el factor común monomio en : $5a^2 - 15ab - 10ac$
El factor común entre los coeficientes es 5 y entre los factores literales es a, por lo tanto
$5a^2 - 15ab - 10ac = 5a\cdot a - 5a\cdot 3b - 5a\cdot 2c = 5a(a - 3b - 2c)$

Ejemplo N° 3 : ¿ Cuál es el factor común en $6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2$
El factor común es " 6xy " porque
$6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 = 6xy(x - 5y + 2xy)$

Realiza tú los siguientes ejercicios :

EJERCICIOS. Halla el factor común de los siguientes ejercicios :

$6x - 12 =$	$4x - 8y =$
$24a - 12ab =$	$10x - 15x^2 =$
$14m^2n + 7mn =$	$4m^2 - 20am =$
$8a^3 - 6a^2 =$	$ax + bx + cx =$
$b^4 - b^3 =$	$4a^3bx - 4bx =$
$14a - 21b + 35 =$	$3ab + 6ac - 9ad =$

$20x - 12xy + 4xz =$	$6x^4 - 30x^3 + 2x^2 =$
$10x^2y - 15xy^2 + 25xy =$	$12m^2n + 24m^3n^2 - 36m^4n^3 =$
$2x^2 + 6x + 8x^3 - 12x^4 =$	$10p^2q^3 + 14p^3q^2 - 18p^4q^3 - 16p^5q^4 =$
$m^3n^2p^4 + m^4n^3p^5 - m^6n^4p^4 + m^2n^4p^3 =$	
$\frac{3}{4}x^2y - \frac{8}{9}xy^2 =$	
$\frac{1}{2}a^2b^3 + \frac{1}{4}a^3b^4 - \frac{1}{8}a^2b^5 + \frac{1}{16}a^4b^2 =$	
$\frac{4}{35}a^2b - \frac{12}{5}ab + \frac{8}{15}a^2b^3 - \frac{16}{25}a^3b =$	

2. FACTOR COMUN POLINOMIO:

Es el polinomio que aparece en cada término de la expresión :

EJEMPLO N° 1.

Factoriza $x(a + b) + y(a + b) =$

Existe un factor común que es $(a + b)$ $= x(a + b) + y(a + b) =$

$= (a + b)(x + y)$

EJEMPLO N° 2.

Factoriza $2a(m - 2n) - b(m - 2n) =$

$= 2a(m - 2n) - b(m - 2n)$

$= (m - 2n)(2a - b)$

EJERCICIOS

$a(x + 1) + b(x + 1) =$	$m(2a + b) + p(2a + b) =$
$x^2(p + q) + y^2(p + q) =$	$(a^2 + 1) - b(a^2 + 1) =$
$(1 - x) + 5c(1 - x) =$	$a(2 + x) - (2 + x) =$
$(x + y)(n + 1) - 3(n + 1) =$	$(a + 1)(a - 1) - 2(a - 1) =$
$(a(a + b) - b(a + b) =$	$(2x + 3)(3 - r) - (2x - 5)(3 - r) =$

3. FACTOR COMUN POR AGRUPAMIENTO

Se trata de extraer un doble factor común.

EJEMPLO N°1.

Factoriza $ap + bp + aq + bq$

Se extrae factor común “p” de los dos primeros términos y “q” de los dos últimos

$p(a + b) + q(a + b)$

Se saca factor común polinomio

$(a + b)(p + q)$

EJERCICIOS :

$a^2 + ab + ax + bx =$	$ab + 3a + 2b + 6 =$
$ab - 2a - 5b + 10 =$	$2ab + 2a - b - 1 =$
$am - bm + an - bn =$	$3x^3 - 9ax^2 - x + 3a =$
$3x^2 - 3bx + xy - by =$	$6ab + 4a - 15b - 10 =$
$3a - b^2 + 2b^2x - 6ax =$	$a^3 + a^2 + a + 1 =$
$ac - a - bc + b + c^2 - c =$	
$6ac - 4ad - 9bc + 6bd + 15c^2 - 10cd =$	
$ax - ay - bx + by - cx + cy =$	
$3am - 8bp - 2bm + 12ap =$	

18x - 12 - 3xy + 2y + 15xz - 10z =
$\frac{15}{4}x^2 - \frac{21}{4}xz - \frac{10}{3}xy + \frac{143}{3}yz + 5x - 7z =$
$\frac{2}{3}am - \frac{8}{3}am - \frac{4}{5}bm + \frac{16}{5}bn =$

4. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

El trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ se puede descomponer en dos factores binomiales mediante el siguiente proceso :

EJEMPLO N° 1. Descomponer $x^2 + 6x + 5$

1° Hallar dos factores que den el primer término $x \cdot x$

2° Hallar los divisores del tercer término, seccionando aquellos cuya suma sea “6”
$1 \cdot 5$ ó $-1 \cdot -5$

pero la suma debe ser +6 luego serán $(x + 1)(x + 5)$

EJEMPLO Nº 2:

Factorizar $x^2 + 4xy - 12y^2$

1º Hallar dos factores del primer término, o sea x^2 : $x \cdot x$

2º Hallar los divisores de $12y^2$, éstos pueden ser : $6y \cdot -2y$ ó $-6y \cdot 2y$
ó $4y \cdot -3y$ ó $-4y \cdot 3y$
ó $12y \cdot -y$ ó $-12y \cdot y$

pero la suma debe ser +4 , luego servirán 6y y -2y, es decir
$x^2 + 4xy - 12y^2 = (x + 6y)(x - 2y)$

EJERCICIOS:

Factoriza los siguientes trinomios en dos binomios :

$x^2 + 4x + 3 =$	$a^2 + 7a + 10 =$
$b^2 + 8b + 15 =$	$x^2 - x - 2 =$
$r^2 - 12r + 27 =$	$s^2 - 14s + 33 =$
$h^2 - 27h + 50 =$	$y^2 - 3y - 4 =$
$x^2 + 14xy + 24y^2 =$	$m^2 + 19m + 48 =$
$x^2 + 5x + 4 =$	$x^2 - 12x + 35 =$

5. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

EJEMPLO

Factoriza $2x^2 - 11x + 5$

1º El primer término se descompone en dos factores $2x \cdot x$

2º Se buscan los divisores del tercer término $5 \cdot 1$ ó $-5 \cdot -1$

3º Parcialmente la factorización sería $(2x + 5)(x + 1)$
pero no sirve pues da : $2x^2 + 7x + 5$
se reemplaza por $(2x - 1)(x - 5)$
y en este caso nos da : $2x^2 - 11x + 5$

EJERCICIOS :

$5x^2 + 11x + 2 =$	$3a^2 + 10ab + 7b^2 =$
$4x^2 + 7x + 3 =$	$4h^2 + 5h + 1 =$
$5 + 7b + 2b^2 =$	$7x^2 - 15x + 2 =$
$5c^2 + 11cd + 2d^2 =$	$2x^2 + 5x - 12 =$
$6x^2 + 7x - 5 =$	$6a^2 + 23ab - 4b^2 =$
$3m^2 - 7m - 20 =$	$8x^2 - 14x + 3 =$
$5x^2 + 3xy - 2y^2 =$	$7p^2 + 13p - 2 =$
$6a^2 - 5a - 21 =$	$2x^2 - 17xy + 15y^2 =$
$2a^2 - 13a + 15 =$	

6. FACTORIZACION DE LA DIFERENCIA DE DOS CUADRADOS:

EJEMPLO:

Factorizar $9x^2 - 16y^2 =$

Para el primer término $9x^2$ se factoriza en $3x \cdot 3x$
y el segundo término $- 16y^2$ se factoriza en $+4y \cdot -4y$
luego la factorización de $9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$

EJERCICIOS:

$9a^2 - 25b^2 =$	$16x^2 - 100 =$
$4x^2 - 1 =$	$9p^2 - 40q^2 =$
$36m^2n^2 - 25 =$	$49x^2 - 64t^2 =$
$169m^2 - 196\, n^2 =$	$121\, x^2 - 144\, k^2 =$
$\frac{9}{25}a^2 - \frac{49}{36}b^2 =$	$\frac{1}{25}x^4 - \frac{9}{16}y^4 =$
$3x^2 - 12 =$	$5 - 180f^2 =$
$8y^2 - 18 =$	$3x^2 - 75y^2 =$
$45m^3n - 20mn =$	$2a^5 - 162\, a^3 =$

7. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

Ejemplo:

Factorizar $9x^2 - 30x + 25 =$

1° Halla la raíz principal del primer término $9x^2$: $3x \cdot 3x$
2° Halla la raíz principal del tercer término 25
con el signo del segundo término $-5 \cdot -5$
luego la factorización de $9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)(3x - 5) = (3x - 5)^2$

EJERCICIOS:

$b^2 - 12b + 36 =$	$25x^2 + 70xy + 49y^2 =$

$m^2 - 2m + 1 =$	$x^2 + 10x + 25 =$
$16m^2 - 40mn + 25n^2 =$	$49x^2 - 14x + 1 =$
$36x^2 - 84xy + 49y^2 =$	$4a^2 + 4a + 1 =$
$1 + 6^a + 9a^2 =$	$25m^2 - 70\ mn + 49n^2 =$
$25a^2c^2 + 20acd + 4d^2 =$	$289a^2 + 68abc + 4b^2c^2 =$
$16x^6y^8 - 8\ x^3y^4z^7 + z^{14} =$	

EJERCICIOS DIVERSOS:

_$2ab + 4a^2b - 6ab^2 =$	$2xy^2 - 5xy + 10x^2y - 5x^2y^2 =$
$b^2 - 3b - 28 =$	$a^2 + 6a + 8 =$
$5a + 25ab =$	$bx - ab + x^2 - ax =$
$6x^2 - 4ax - 9bx + 6ab =$	$ax + ay + x + y =$
$8x^2 - 128 =$	$4 - 12y + 9y^2 =$
$x^4 - y^2 =$	$x^2 + 2x + 1 - y^2 =$
$(a + b)^2 - (c + d)^2 =$	$a^2 + 12ab + 36b^2 =$
$36m^2 - 12mn + n^2 =$	$x^{16} - y^{16} =$

FACTORIZACIÓN PARA LOS FUTUROS MATEMÁTICOS.

1. DIFERENCIA DE CUBOS : $a^3 – b^3 = (a – b)(a^2 + ab + b^2)$

Ejemplo : $8 – x^3 = (2 – x)(4 + 2x + x^2)$

2. SUMA DE CUBOS: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 – ab + b^2)$

Ejemplo: $27a^3 + 1 = (3a + 1)(9a^2 – 3a + 1)$

$64 – x^3 =$	$8a^3b^3 + 27 =$
$27m^3 + 6n^6 =$	$x^6 – y^6 =$
$\frac{1}{8}x^3 + \frac{8}{27} =$	$x^3 - \frac{1}{64} =$

ECUACIONES LINEALES

1. $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$
2. $2(x+1) - 3(x-2) = x + 6$
3. $\frac{5}{x-7} = \frac{3}{x-2}$
4. $2x = 6$
5. $\frac{3}{4}(2x + 4) = x + 19$
6. $4(x-10) = -6(2-x) - 6x$
7. $2x - 3 = 6 + x$

8. $\dfrac{x-1}{4} - \dfrac{x-5}{36} = \dfrac{x+5}{9}$

9. $\dfrac{3x+1}{7} - \dfrac{2-4x}{3} = \dfrac{-5x-4}{14} + \dfrac{7x}{6}$

10. $2(2x-3) = 6 + x$

11. $\dfrac{4}{x-3} = \dfrac{5}{x-2}$

12. $6\left(\dfrac{x+1}{8} - \dfrac{2x-3}{16}\right) = 3\left(\dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{4}\right) - \dfrac{3}{8}(3x-2)$

13. $2 - \left[-2\cdot(x+1) - \dfrac{x-3}{2}\right] = \dfrac{2x}{3} - \dfrac{5x-3}{12} + 3x$

14. $\dfrac{2}{3}\left[x - \left(1 - \dfrac{x-2}{3}\right)\right] + 1 = x$