	INSTITUCIÓN EDUCATIVA BENEDIKTA ZUR NIEDEN	
	Gestión Pedagógica y Académica **Proceso de Diseño Curricular**	
	GUÍA DE ACTIVIDAD ACADÉMICA	

FECHA:	22 al 26 de febrero	
NÚMERO GUIA:	4	

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD:	Factorización I		
ELABORADO POR:	Oswaldo Sánchez		
ÁREA:		GRADO:	PERIODO:
Matemáticas		Noveno	I

COMPETENCIA y COMPONENTE DEL ÁREA

Numérico-Variacional: comunicativa

ESTÁNDARES

Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos. Identifico y utilizo las expresiones Algebraicas, para representar situaciones matemáticas y no matemáticas en la solución de problemas

APRENDIZAJES

Utiliza expresiones Algebraicas, para representar situaciones matemáticas y no matemáticas.

EVIDENCIAS

Hace manipulaciones algebraicas sencillas (aritmética de términos semejantes).
Justifica afirmaciones utilizando planteamientos y operaciones aritméticas o haciendo uso directo de un concepto; es decir, a partir de un único argumento.
Reconocimiento de las expresiones algebraicas equivalentes a una expresión dada.

PLATAFORMA VIRTUAL

Página web del docente: oasanez.jimdofree.com

SUGERENCIA METODOLÓGICA (MOMENTOS)

MOTIVACIÓN Y EXPLORACIÓN DE SABERES PREVIOS

HISTORIA DE LA FACTORIZACIÓN

La factorización es un tema del cual han tratado numerosos matemáticos. Haciendo un recorrido por la historia de las matemáticas, específicamente con la solución de ecuaciones polinómicas con coeficientes racionales.
La factorización es una de las herramientas más empleadas en el trabajo matemático para convertir una expresión algebraica de manera conveniente.
Esta tiene una importancia considerable a través de la historia, La solución de ecuaciones algebraicas; en un primer lugar, la factorización surge ante la necesidad de solucionar ecuaciones de segundo grado.
Por otro lado, los babilonios, fueron los primeros que resolvieron, ecuaciones cuadráticas, en unas tablillas descifradas por Neugebaveren 1930, cuya antigüedad es de unos 4.000 años, en estas se encontraron soluciones a varias ecuaciones, empleando el método conocido actualmente como COMPLETAR EL CUADRADO.

Hace unos 4.000 años, los babilonios conocían la manera de encontrar la solución positiva de ciertos tipos de ecuaciones cuadráticas. Para resolver ecuaciones de este tipo:

$$x^2 - bx = c$$

El trabajo de los babilonios constituyó un logro notable, teniendo en cuenta que no contaban con la notación moderna y por su alto nivel de abstracción, al considerar las ecuaciones cuárticas como ecuaciones cuadráticas disfrazadas y resolverlas como tales.
Más adelante, matemáticos griegos, hindúes, árabes y europeos se dedicaron al estudio de estas ecuaciones y lograron avanzar a través del tiempo hasta encontrar la fórmula para resolver cualquier ecuación de segundo grado, es decir, una ecuación de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde, a, b, c pueden ser números cualesquiera en cuyo desarrollo, los babilonios se valieron de factorizaciones simples que ya conocían.
Posteriormente, los griegos y los árabes consiguieron resolver ecuaciones de segundo grado utilizando, también, el método de completar el cuadrado con aplicación de áreas; ambas civilizaciones se valieron de representaciones geométricas para mostrar hechos algebraicos, como se evidencia en

el segundo libro de los Elementos de Euclides. La fórmula que permite encontrar las soluciones de cualquier ecuación de tercer grado, no fue encontrada sino hasta el siglo XVI en Italia.
Una ecuación cúbica es de la forma:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Donde a, b, c y d son números cualesquiera, y a es diferente de cero.
Lo que tienen todas estas ecuaciones en especial, y que las hace ser de tercer grado, es que la incógnita aparece elevada al exponente 3, y ese es el mayor exponente de la incógnita.

La gran proeza matemática de descubrir la fórmula, fue realizada por el matemático italiano Scipione del Ferro en primer lugar.

Más adelante Niccolo Fontana: apodado Tartaglia obtuvo por su cuenta, sin conocer el trabajo de Scipione, la fórmula conocida con el nombre de FÓRMULA DE CARDANO.

Otro matemático llamado Girolamo Cardano, quien estudió cuidadosamente las soluciones de Tartaglia y del Ferro, fue quien publicó la fórmula por primera vez en un gran tratado sobre resolución de ecuaciones titulado "Ars Magna".

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA BENEDIKTA ZUR NIEDEN	
	Gestión Pedagógica y Académica **Proceso de Diseño Curricular**	
	GUÍA DE ACTIVIDAD ACADÉMICA	

Estas ecuaciones nos permiten encontrar las soluciones de las ecuaciones polinómicas de tercer grado y por tanto factorizar en los números complejos y en los reales, que es nuestro propósito. Es evidente que existen fórmulas similares para polinomios de grado cuatro pero no para grado superior a este; es más, Abel demostró que no existen tales fórmulas para estos grados superiores lo que nos lleva a pensar en la imposibilidad de encontrar métodos generales para factorizar tales polinomios.

DESARROLLO

LA FACTORIZACIÓN

Cuando hablamos de factorizar polinomios, hay varias características que tenemos que tener en cuenta.

Fórmulas de factorización

1. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
2. $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
3. $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
4. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Si no hay término independiente

Si no hay término independiente hay que sacar factor común. Sacar factor común de una suma (o resta) consiste en trasformarla en un producto.

Aplicaríamos la propiedad distributiva:

$$a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d = a(b + c - d)$$

Ejemplo de factorización de polinomio sin termino independiente

Descomponer en factores sacando factor común y hallar las raíces.

1 $x^3 + x^2 = x^2(x+1)$

La raíces son: $x = 0$ y $x = -1$

2 $2x^4 + 4x^2 = 2x^2(x^2 + 2)$

Sólo tiene una raíz $x = 0$ porque que el polinomio, $x^2 + 2$, no tiene ningún valor que lo anule. Como la x es al cuadrado, el resultado siempre será un número positivo, entonces es irreducible.

Doble extracción de factor común

1 $x^2 - ax - bx + ab = x(x - a) - b(x - a)$

Sacamos factor común de x y y.

Como $(x - a)$ es ahora un factor común, sacamos factor común de $(x - a)$.

$x(x - a) - b(x - a) = (x - a) \cdot (x - b)$

La raíces son $x = a$ y $x = b$.

Si tenemos un binomio

Cuando tenemos un binomio, puede ocurrir alguno de los siguientes casos:

Diferencia de cuadrados

Una diferencia de cuadrados es igual a suma por diferencia.

$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$

Ejemplos de ejercicios con diferencia de cuadrados:

Descomponer en factores y hallar las raíces

1 $x^2 - 4 = (x + 2) \cdot (x - 2)$

Las raíces son $x = -2$ y $x = 2$

2 $x^4 - 16 = (x^2 + 4) \cdot (x^2 - 4) =$

El ultimo termino es también una diferencia de cuadrados, entonces:

$(x^2 + 4) \cdot (x^2 4) = (x + 2) \cdot (x2) \cdot (x^2 + 4)$

Las raíces son $x = -2$ y $x = 2$

Suma de cubos

$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a + b)^2 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b)$

Ejemplo de ejercicio con suma de cubos:

$8x^3 + 27 = (2x+3)\cdot(2x+3)^2 = (2x+3)\cdot(4x^2 - 6x + 9)$

Diferencia de cubos

$$a^3 - b^3 = (a-b)\cdot(a^2 + ab + b^2)$$

Ejemplo de ejercicio con diferencia de cubos :

$$8x^3 - 27 = (2x-3)(4x^2 + 6x + 9)$$

Si tenemos un trinomio

Cuando tenemos un trinomio, puede ocurrir alguno de los siguientes casos

Trinomio cuadrado perfecto

Un trinomio cuadrado perfecto es igual a un binomio al cuadrado.

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

Ejemplos de trinomios cuadrados perfectos

Descomponer en factores y hallar las raíces

$$9 + 6x + x^2 = (3 + x)^2$$

$\downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow$

1 $3^2 \quad 2\cdot 3\cdot x \quad x^2$

Tenemos que preguntarnos:

¿Qué número elevado al cuadrado da 9? La respuesta es 3?
¿Qué número elevado al cuadrado da x^2?La respuesta es x.

Y tenemos que comprobar que $2\cdot 3\cdot x = 6x$

La raíz es$x = -3$, y se dice que es una raíz doble.

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$\downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow$

2 $x^2 \quad 2\cdot x\cdot 2 \quad 2^2$

¿Qué número elevado al cuadrado da x^2? x
¿Qué número elevado al cuadrado da 4? 2

Y tenemos que comprobar que $2\cdot x\cdot 2 = 4x$

La raíz doble es $x = 2$.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA BENEDIKTA ZUR NIEDEN	
	Gestión Pedagógica y Académica **Proceso de Diseño Curricular**	
	GUÍA DE ACTIVIDAD ACADÉMICA	

Trinomio de segundo grado

Para descomponer en factores el trinomio de segundo grado $P(x) = ax^2 + bx + c$, se iguala a cero y se resuelve la ecuación de segundo grado.

Si las soluciones a la ecuación son x_1 y x_2, el polinomio descompuesto será:

$$ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Ejemplos de trinomios de segundo grado

Descomponer en factores y hallar las raíces

1 $x^2 - 5x + 6$

Igualamos el trinomio a cero

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Aplicamos la fórmula de la ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Factorizamos

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2) \cdot (x - 3)$$

Las raíces son $x = 3$ y $x = 2$.

2 $x^2 - x - 6$

Igualamos el trinomio a cero

$$x^2 - x - 6 = 0$$

Resolvemos la ecuación

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \cdot 6}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

Factorizamos

$$x^2 - x - 6 = (x+2)\cdot(x-3)$$

Las raíces son $x = 3$ y $x = -2$.

Vídeos de factorización

1. https://www.youtube.com/watch?v=DL2_O48dy5M
2. https://www.youtube.com/watch?v=-h8XGI2Bljk
3. https://www.youtube.com/watch?v=sSfO1CsKJ4g&list=PLeySRPnY35dGY6GX7xO_lruvCIS6NkfR-

Trinomios de cuarto grado de exponentes pares

Para hallar las raíces se iguala a cero y se resuelve la ecuación bicuadrada.

Ejemplos de trinomios de cuarto grado de exponentes partes

1 $x^4 - 10x^2 + 9$

Igualamos el polinomio a cero

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

Realizamos un cambio de variable

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 10t + 9 = 0$$

Resolvemos la ecuación de segundo grado

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4\cdot 9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} \nearrow t_1 = \frac{18}{2} = 9 \\ \searrow t_2 = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable y obtenemos las raíces

$$x^2 = 9 \qquad x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

$$x^2 = 1 \qquad x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = (x+1)\cdot(x-1)\cdot(x+3)\cdot(x-3)$$

2 $x^4 - 2x^2 - 3$

Igualamos el polinomio a cero

$x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

Realizamos un cambio de variable

$x^2 = t$

$t^2 - 2t - 3 = 0$

Resolvemos la ecuación de segundo grado

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 3}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} \nearrow t_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow t_2 = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable y obtenemos las raíces

$x^2 = 3 \qquad x = \pm\sqrt{3}$

$x^2 = 1$, no tiene raíces reales, ya que no existe ningún número que elevado al cuadrado sea negativo

Se factoriza como $(x^2 + 1)$

$x^2 = -1 \qquad x = \pm\sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$

$x^4 - 2x^2 + 3 = (x^2 + 1) \cdot (x + \sqrt{3}) \cdot (x\sqrt{3})$

Practica en khan academy

1. https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratics-multiplying-factoring/x2f8bb11595b61c86:factor-quadratics-intro/e/factoring_polynomials_1
2. https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratics-multiplying-factoring/x2f8bb11595b61c86:factor-quadratics-intro/e/factor-quadratics-common-factor
3. https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratics-multiplying-factoring/x2f8bb11595b61c86:factor-quadratics-grouping/e/factoring_polynomials_by_grouping_1
4. https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratics-multiplying-factoring/x2f8bb11595b61c86:factor-difference-squares/e/factoring_difference_of_squares_1
5. https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratics-multiplying-factoring/x2f8bb11595b61c86:factor-difference-squares/e/factoring_difference_of_squares_2

CIERRE

1. Descomponer en factores aplicando la teoría vista.
   a. $X^3 – 2x^2y + 4xy^2$
   b. $16x^2 + 24xz + 9z^2$
   c. $9n^2 + 4m^2 – 12 nm$
   d. $a^2 – x^2 + a – x$
   e. $8(a + 1)^3 – 1$
2. Hacer un ejemplo de los casos vistos en la teoría.

EVALUACIÓN	
En el cuaderno de matemáticas copiamos: el título, el ejemplo y los ejercicios de manera organizada para poder tomarle fotos y subirlas a teams. Esta semana hay qüiz el próximo viernes entre la 1 y las 10pm con una hora de duración en el master 2000.	
RECURSOS	TIEMPO ESTIMADO
Libro de matemáticas larouse: **todos por un nuevo país**, prestado por la institución educativa BZN.	1 semana
INSTRUCCIONES	
1. Realizar la guía en el cuaderno 2. Tomarle fotos y organizarlas en un archivo de Word 3. Subir el archivo en teams en la fecha indicada. 4. Esta semana hay quiz de la aprendido en las dos semanas.	
GLOSARIO	
Monomios, binomios, variables, trinomios etc	
BIBLIOGRAFÍA Y/O CIBERGRAFÍA	
oasanez.jimdofree.com Libro de matemáticas larouse: **todos por un nuevo país 9°**	